

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования «Мордовский государственный педагогический
университет имени М.Е. Евсевьева»**

Физико-математический факультет

Кафедра математики и методики обучения математике

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Наименование дисциплины (модуля): Общая теория линейных операторов и ее приложение к решению геометрических задач

Уровень ОПОП: Бакалавриат

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Информатика. Математика.

Форма обучения: Очная

Разработчики:

Дербеденева Н. Н., канд. пед. наук, доцент

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры, протокол № 12 от 14.06.2018 года

Зав. кафедрой



Ладешкин М. В.

Программа с обновлениями рассмотрена и утверждена на заседании кафедры, протокол №1 от 31.08.2020 года

Зав. кафедрой



Ладешкин М. В.

1. Цель и задачи изучения дисциплины

Цель изучения дисциплины - рассмотреть вопросы общей теории линейных операторов и ее приложения к геометрии при обучении математике в соответствии со стандартами и решения исследовательских задач в предметной области

Задачи дисциплины:

- познакомиться с основными понятиями теории линейных операторов;
- освоить основные вычислительные алгоритмы теории линейных операторов и их возможное приложение в школьном курсе;
- определить возможные приложения к решению геометрических задач и решению исследовательских задач в предметной области.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина Б1.В.ДВ.17.01 «Общая теория линейных операторов и ее приложение к решению геометрических задач» относится к вариативной части учебного плана.

Дисциплина изучается на 5 курсе, в 10 семестре.

Для изучения дисциплины требуется: знание вычислительных алгоритмов линейной алгебры

Изучению дисциплины «Общая теория линейных операторов и ее приложение к решению геометрических задач» предшествует освоение дисциплин (практик):

- Алгебра;
- Геометрия;
- Вводный курс математики.

Область профессиональной деятельности, на которую ориентирует дисциплина «Общая теория линейных операторов и ее приложение к решению геометрических задач», включает: образование, социальную сферу, культуру.

Освоение дисциплины готовит к работе со следующими объектами профессиональной деятельности:

- обучение;
- воспитание;
- развитие;
- просвещение.

В процессе изучения дисциплины студент готовится к видам профессиональной деятельности и решению профессиональных задач, предусмотренных ФГОС ВО и учебным планом.

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование компетенций и трудовых функций (профессиональный стандарт Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель), утвержден приказом Министерства труда и социальной защиты №544н от 18.10.2013).

Выпускник должен обладать следующими профессиональными компетенциями (ПК) в соответствии с видами деятельности:

ПК-1. готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов педагогическая деятельность
--

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	знать: - основные элементы общей теории линейных операторов применительно к школьному курсу; - методы использования линейных операторов для решения задач геометрии; уметь: - находить собственные числа и собственные векторы линейного оператора и применять области; владеть: - навыками вычисления ядра и образа линейного оператора и инвариантных подпространств и применения алгоритмов в школьном курсе..
--	---

ПК-11. готовностью использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования

научно-исследовательская деятельность

ПК-11 готовностью использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования	знать: - содержание основных понятий теории линейных операторов ; уметь: - вычислять ранги линейных операторов; владеть: - навыками применения техники линейных операторов к решению геометрических задач и для создания элективных курсов.
---	--

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Десятый семестр
Контактная работа (всего)	74	74
Лекции	30	30
Практические	44	44
Самостоятельная работа (всего)	17	17
Виды промежуточной аттестации	17	17
Экзамен	17	17
Общая трудоемкость часы	108	108
Общая трудоемкость зачетные единицы	3	3

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание модулей дисциплины

Модуль 1. Общая теория линейных операторов:

Общие понятия теории линейных операторов. Собственные числа и собственные векторы. Характеристическое уравнение. Инвариантные подпространства. Кратные корни. Жордановы клетки. Жорданов базис.

Модуль 2. Приложения теории операторов к решению задач:

Комплексные корни характеристического уравнения. Кратные комплексные корни. Квадратичные формы. Приведение квадратичных форм к каноническому виду. Геометрическая интерпретация матрицы линейного оператора. Композиция преобразований. Линейные операторы в бесконечномерных пространствах.

5.2. Содержание дисциплины: Лекции (30 ч.)

Модуль 1. Общая теория линейных операторов (16 ч.)

Тема 1. Общие понятия теории линейных операторов (2 ч.)

Понятие линейного отображения. Понятие линейного оператора.

Тема 2. Собственные числа и собственные векторы (2 ч.)

Понятие собственного числа. Понятие собственного вектора. Алгоритм нахождения собственных чисел и собственных векторов.

Тема 3. Характеристическое уравнение (2 ч.)

Инвариантность характеристического уравнения. Геометрическая и алгебраическая кратность корня характеристического уравнения.

Тема 4. Инвариантные подпространства (2 ч.)

Ядро линейного оператора. Образ линейного оператора. Корневые подпространства

Тема 5. Кратные корни (2 ч.)

Условие диагонализируемости линейного оператора.

Тема 6. Жордановы клетки (2 ч.)

Алгоритм нахождения жордановых клеток.

Тема 7. Жорданов базис (2 ч.)

Формула замены матрицы линейного оператора при замене базиса. Жорданов базис "нижним" методом.

Тема 8. Жорданов базис (2 ч.)

Жорданов базис "верхним" методом.

Модуль 2. Приложения теории операторов к решению задач (14 ч.)

Тема 9. Комплексные корни характеристического уравнения (2 ч.)

Случай простых комплексных корней. Инвариантные подпространства

Тема 10. Кратные комплексные корни (2 ч.)

Случай кратных комплексных корней. Жорданова форма для комплексного случая

Тема 11. Квадратичные формы (2 ч.)

Матрица квадратичной формы. Классификация квадратичных форм.

Тема 12. Приведение квадратичных форм к каноническому виду (2 ч.)

Алгоритм приведения квадратичной формы к каноническому виду.

Тема 13. Геометрическая интерпретация матрицы линейного оператора (2 ч.)

Геометрическая интерпретация жордановой нормальной формы линейного оператора.

Тема 14. Композиция преобразований (2 ч.)

Описание композиции простейших преобразований пространства в матричной форме

Тема 15. Линейные операторы в бесконечномерных пространствах (2 ч.)

Линейные операторы в функциональных пространствах.

5.3. Содержание дисциплины: Практические (44 ч.)

Модуль 1. Общая теория линейных операторов (22 ч.)

Тема 1. Матрица линейного оператора (2 ч.)

Построение матрицы линейного оператора.

Тема 2. Построение характеристического уравнения (2 ч.)

Алгоритм построения характеристического уравнения. Примеры.

Тема 3. Собственные числа (2 ч.)

Нахождение собственных чисел.

Тема 4. Собственные векторы (2 ч.)

Алгоритм построения собственных векторов

Тема 5. Инвариантные подпространства (2 ч.)

Нахождение ядра и образа линейного оператора

Тема 6. Замена матрицы при замене базиса (2 ч.)

Замена матрицы линейного оператора при замене базиса Тема

7. Контрольная работа (2 ч.)

Контрольная работа по линейным операторам с простым спектром

Тема 8. Геометрическая и алгебраическая кратность корня характеристического уравнения (2 ч.)

Понятие алгебраической и геометрической кратности корня характеристического уравнения. Геометрический смысл понятий.

Тема 9. Жордановы нормальные формы (2 ч.)

Нахождение жордановых нормальных форм.

Тема 10. Жордановы клетки (2 ч.)

Алгоритм вычисления жордановых клеток нужной размерности.

Тема 11. Жорданова форма для матрицы с кратными корнями (2 ч.)

Вычисление жордановой нормальной формы для случая матрицы с кратными корнями.

Модуль 2. Приложения теории операторов к решению задач (22 ч.)

Тема 12. Комплексные корни (2 ч.)

Нахождение комплексных корней характеристического уравнения.

Тема 13. Кратные комплексные корни (2 ч.)

Случай кратных комплексных корней характеристического уравнения

Тема 14. Квадратичные формы (2 ч.)

Построение матрицы квадратичной формы

Тема 15. Классификация квадратичных форм (2 ч.)

Связь квадратичных форм и квадратик. Связь классификаций.

Тема 16. Приведение квадратичной формы к каноническому виду (2 ч.)

Алгоритм приведения квадратичной формы к каноническому виду.

Тема 17. Контрольная работа (2 ч.)

Выполнение контрольной работы по теме ЖНФ.

Тема 18. Жордановы цепочки (2 ч.)

Построение жорданова базиса снизу.

Тема 19. Жорданов базис (2 ч.)

Жорданов базис сверху.

Тема 20. Отчет по выполнению индивидуального домашнего задания (2 ч.)

Отчет по ИДЗ "Квадратичные формы".

Тема 21. Линейные операторы в функциональных пространствах (2 ч.)

Линейные операторы в пространствах бесконечной размерности.

Тема 22. Подготовка к экзамену (2 ч.)

Подготовка к экзамену. Систематизация и обобщение материала по курсу.

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

6.1 Вопросы и задания для самостоятельной работы

Десятый семестр (17 ч.)

Модуль 1. Общая теория линейных операторов (8 ч.)

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе Подготовка к контрольной работе по линейным операторам с простым спектром.

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий Выполнение индивидуального домашнего задания по теме "Линейные операторы".

Модуль 2. Приложения теории операторов к решению задач (9 ч.)

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе.
 Подготовка к контрольной работе по теме "Жордановы нормальные формы"
 Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий
 Выполнение индивидуального домашнего задания по теме "Квадратичные формы".

7. Тематика курсовых работ(проектов)

Курсовые работы (проекты) по дисциплине не предусмотрены.

8. Оценочные средства для промежуточной аттестации

8.1. Компетенции и этапы формирования

Коды компетенций	Этапы формирования		
	Курс, семестр	Форма контроля	Модули (разделы) дисциплины
ПК-1	5 курс, Десятый семестр	Экзамен	Модуль 1: Общая теория линейных операторов.
ПК-11	5 курс, Десятый семестр	Экзамен	Модуль 2: Приложения теории операторов к решению задач.

Сведения об иных дисциплинах, участвующих в формировании данных компетенций:

Компетенция ПК-1 формируется в процессе изучения дисциплин:

3D моделирование, Алгебра, Алгоритмический подход в обучении математике, Аналитические вычисления в системах компьютерной математики, Аналитические методы исследования геометрических объектов, Вводный курс математики, Векторно-координатный метод решения геометрических задач, Визуализация и анимация в 3 D редактора Внеурочная деятельность учащихся по информатике, Воспитательная работа в обучении математике, Вычислительный эксперимент в свободных средах программирования, Геометрические и физические приложения определенного интеграла, Геометрия, Задачи с параметрами и методы их решения, Защита информации в компьютерных сетях, Имитационное моделирование, Интеграция алгебраического и геометрического методов в обучении математике, Интерактивные технологии обучения математике, Интернет-технологии, Информационная безопасность в образовании, Информационные системы, Исследовательская и проектная деятельность в обучении математике, Исследовательская и проектная деятельность учащихся по информатике, Исторический подход в обучении математике, Комбинаторные конструкции и производящие функции, Компетентностный подход в обучении математике, Компьютерная алгебра, Компьютерная графика, Компьютерное моделирование, Компьютерные сети, Криптографические основы безопасности, Математические методы обработки экспериментальных данных, Математический анализ, Математическое моделирование, Методика обучения информатике, Методика обучения математике, Методика обучения учащихся нестандартным методам решения математических задач, Методика подготовки к государственной итоговой аттестации по математике, Методология обучения математике, Методы аксиоматического построения алгебраических систем, Методы решения задач государственной итоговой аттестации по математике, Методы решения задач по информатике, Методы решения трансцендентных уравнений, неравенств и их систем, Моделирование в системах динамической математики, Нестандартные методы решения математических задач, Оптимизация и продвижение сайтов, Особенности подготовки к единому государственному экзамену по математике на базовом уровне, Практикум по информационным технологиям, Применение систем динамической математики в образовании, Программирование, Проектирование информационно-образовательной среды, Разработка интерактивного

учебного контента, Разработка приложений в Microsoft Visual Studi Разработка электронных образовательных ресурсов и методика их оценки, Реализация прикладной направленности в обучении математике, Решение геометрических задач средствами компьютерного моделирования, Решение задач основного государственного экзамена по математике, Решение задач по криптографии, Решение задач повышенного уровня сложности по алгебре, Решение задач повышенного уровня сложности по геометрии, Решение задач повышенного уровня сложности по теории вероятностей, Решение олимпиадных задач по информатике, Решение прикладных задач информатики, Свободное программное обеспечение в образовании, Свободные инструментальные системы, Системы компьютерной математики, Современные средства оценивания результатов обучения, Современные технологии в обучении математике, Современный урок информатики, Современный урок математики, Теоретические основы информатики, Технологии дополненной и виртуальной реальности, Технологии разработки мобильных приложений, Технологический подход в обучении математике, Технология обучения математическим доказательствам в школе, Технология обучения учащихся решению математических задач, Технология работы с теоремой в обучении математике, Технология разработки и методика проведения элективных курсов по математике, Технология укрупнения дидактических единиц в обучении математике, Формы и методы работы с одаренными детьми, Численные методы, Экстремальные задачи в школьном курсе математики, Элементарная математика, Элементы конструктивной геометрии в школьном курсе математики, Элементы математического анализа в комплексной области, Элементы функционального анализа, Проектирование в системах автоматизированного проектирования.

Компетенция ПК-11 формируется в процессе изучения дисциплин:

Аналитические методы исследования геометрических объектов, Визуализация решений математических задач, Воспитательная работа в обучении математике, Интеграция алгебраического и геометрического методов в обучении математике, Информационные технологии в научных исследованиях, Исследовательская и проектная деятельность в обучении математике, Компьютерная обработка результатов научного исследования, Методика обучения информатике, Методика обучения математике, Методы принятия решений, Научно-исследовательская работа, Основные направления развития топологии, Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена, Подготовка учебных и научных документов в LaTeX; Современные проблемы геометрии, Современный урок математики, Специальные методы математического моделирования, Экстремальные задачи в школьном курсе математики, Элементы конструктивной геометрии в школьном курсе математики.

8.2. Показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания

В рамках изучаемой дисциплины студент демонстрирует уровни овладения компетенциями:

Повышенный уровень:

знает и понимает теоретическое содержание дисциплины; творчески использует ресурсы (технологии, средства) для решения профессиональных задач; владеет навыками решения практических задач.

Базовый уровень:

знает и понимает теоретическое содержание; в достаточной степени сформированы умения применять на практике и переносить из одной научной области в другую теоретические знания; умения и навыки демонстрируются в учебной и практической деятельности; имеет навыки оценивания собственных достижений; умеет определять проблемы и потребности в конкретной области профессиональной деятельности.

Пороговый уровень:

понимает теоретическое содержание; имеет представление о проблемах, процессах, явлениях; знаком с терминологией, сущностью, характеристиками изучаемых явлений; демонстрирует практические умения применения знаний в конкретных ситуациях профессиональной деятельности.

Уровень ниже порогового:

имеются пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, студент допускает

принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий, не способен продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Уровень сформированности компетенции	Шкала оценивания для промежуточной аттестации	Шкала оценивания по БРС
	Экзамен	
Повышенный	5 (отлично)	90 – 100%
Базовый	4 (хорошо)	76 – 89%
Пороговый	3 (удовлетворительно)	60 – 75%
Ниже порогового	2 (неудовлетворительно)	Ниже 60%

Критерии оценки знаний студентов по дисциплине

Оценка	Показатели
Хорошо	Студент знает и понимает теоретическое содержание; в достаточной степени демонстрирует умения применять на практике общую теорию линейных операторов и переносить теоретические знания по алгебре в геометрию; имеет навыки оценивания собственных достижений; умеет определять проблемы и потребности в
Неудовлетворительно	Студент демонстрирует незнание основного содержания дисциплины, обнаруживая существенные пробелы в знаниях учебного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении предлагаемых заданий на нахождение собственных векторов, жордановой нормальной формы и классификации квадратичных форм; затрудняется делать выводы и отвечать на дополнительные вопросы преподавателя.
Удовлетворительно	Студент понимает теоретическое содержание; имеет представление о проблемах, процессах, явлениях; знаком с терминологией, сущностью, характеристиками изучаемых явлений; демонстрирует практические умения применения знаний в конкретных ситуациях профессиональной деятельности. Допускается несколько ошибок в содержании ответа при этом ответ отличается недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы. При решении практических заданий допускает неточности.
Отлично	Студент знает и понимает теоретическое содержание дисциплины; творчески использует ресурсы (технологии, средства) для решения профессиональных задач; владеет навыками решения практических задач построения жордановой нормальной формы, нахождения инвариантных подпространств, вычисления размерности подпространств. Ответ студента характеризуется глубиной раскрытия темы, дополнен примерами, использованы межпредметные связи.

8.3. Вопросы, задания текущего контроля

Модуль 1: Общая теория линейных операторов

Модуль 1: Общая теория линейных операторов

ПК-1 готовность реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Что называется собственным числом линейного оператора
2. Что называется собственным вектором линейного оператора

3. Что называется инвариантным подпространством и каковы аналоги в школьном курсе
4. Что называется ядром линейного оператора

Модуль 2: Приложения теории операторов к решению задач

ПК-11 готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования

1. Как связана арифметическая и геометрическая кратность корня характеристического уравнения
2. Как соотносятся понятия инвариантного и корневого подпространства?
3. Что можно сказать о линейных операторах с простым вещественным спектром?
4. Приведите пример использования теории операторов при создании образовательной траектории при обучении математике

8.4. Вопросы промежуточной аттестации

8.5. Десятый семестр (Экзамен, ПК-1, ПК-11)

1. Сформулируйте понятие линейного оператора и его инвариантного подпространства. Перечислите и охарактеризуйте основные методы нахождения собственных чисел и собственных векторов линейного оператора. Сформулируйте различие между алгебраической и геометрической кратностью. Найдите собственные числа и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей, определите его инвариантные подпространства, выясните геометрический смысл оператора.
2. Сформулируйте понятие жордановой нормальной формы матрицы. Опишите связь между жордановой нормальной формой матрицы и характеристическим уравнением. Приведите формулу для определения числа жордановых клеток, отвечающих собственному значению. Найдите жорданову нормальную форму матрицы
2. Замена матрицы линейного оператора при замене базиса. Приведите примеры замены матрицы линейного оператора при замене базиса
3. Сформулируйте условие диагонализруемости матрицы линейного оператора. Приведите примеры диагонализруемого оператора
3. Сформулируйте понятие жордановой нормальной формы матрицы. Опишите связь между жордановой нормальной формой матрицы и характеристическим уравнением. Опишите метод нахождения жорданова базиса. Найдите жорданов базис для матрицы
4. Сформулируйте понятие квадратичной формы. Опишите переход от функционального способа записи к матричному. Приведите формулу изменения матрицы квадратичной формы при замене базиса. Найдите канонический вид квадратично формы и ортогональное преобразование, приводящее к этому виду
4. Опишите понятие собственного числа и собственного вектора линейного оператора. Приведите примеры
5. Сформулируйте алгоритм получения характеристического уравнения. Проиллюстрируйте примерами
5. Сформулируйте понятие квадратичной формы. Опишите переход от функционального способа записи к матричному. Приведите формулу изменения матрицы квадратичной формы при замене базиса. Найдите канонический вид квадратично формы и ортогональное преобразование, приводящее к этому виду
6. Опишите алгоритм нахождения собственных векторов в случае простых корней характеристического уравнения. Проиллюстрируйте примерами
7. Опишите понятие инвариантного подпространства относительно действия линейного оператора. Проиллюстрируйте примерами
8. Сформулируйте и докажите теорему о размерности инвариантного подпространства и ее связи с кратностью корней характеристического уравнения
9. Опишите нахождение собственных векторов в случае кратных корней характеристического уравнения
10. Опишите инвариантные подпространства в случае комплексных корней

характеристического уравнения

11. Опишите инвариантные подпространства геометрических операторов
12. Сформулируйте понятие жордановой клетки. Приведите примеры
13. Сформулируйте понятие жордановой нормальной формы. Приведите примеры
14. Опишите алгоритм построения жордановой нормальной формы из соображений размерности
15. Сформулируйте понятие ранга матрицы. Докажите теорему о связи строчного и столбцового ранга
16. Докажите формулу, связывающую количество жордановых клеток фиксированной размерности с рангами матриц
17. Проиллюстрируйте применение формулы, связывающей количество жордановых клеток фиксированной размерности с рангами матриц
18. Проиллюстрируйте алгоритм построения жордановой нормальной формы матрицы
19. Опишите все возможные варианты жордановой нормальной формы для матрицы четвертого порядка (случай вещественных корней)
20. Опишите все возможные варианты жордановой нормальной формы для матрицы четвертого порядка в случае комплексных корней
21. Опишите жорданову нормальную форму в случае кратных комплексных корней
22. Опишите понятие квадратичной формы. Опишите связь канонической формы квадратичной формы и собственных чисел матрицы
23. Опишите применение жордановой формы к вычислению степеней матрицы
24. Опишите понятие матричного ряда. Сформулируйте понятие функции от матрицы.
25. Опишите применение жордановой матрицы к решению дифференциальных уравнений и их систем
26. Опишите понятие жорданова базиса. Проиллюстрируйте связь жорданова базиса с исходным
27. Сформулируйте алгоритм нахождения старших векторов жордановых цепочек. Проиллюстрируйте примерами нахождения жорданова базиса со старших векторов
28. Сформулируйте алгоритм нахождения младших векторов жордановых цепочек. Проиллюстрируйте примерами нахождения жорданова базиса с младших векторов
29. Рассмотрите на примерах геометрический смысл линейного оператора (корни характеристического уравнения простые вещественные)
30. Рассмотрите на примерах геометрический смысл линейного оператора (корни характеристического уравнения кратные вещественные)

31. Рассмотрите на примерах геометрический смысл линейного оператора (корни характеристического уравнения комплексные). Опишите связь с школьным курсом геометрии
32. Опишите все возможные геометрические преобразования трехмерного пространства, задаваемые матрицами линейных операторов (в зависимости от собственных чисел)
33. Рассмотрите операции над линейными операторами в фиксированном линейном пространстве. Опишите полученную алгебраическую структуру
34. Докажите изоморфизм множества линейных операторов и кольца матриц
35. Опишите геометрический смысл определителя матрицы линейного оператора. Докажите его инвариантность относительно замены базиса
36. Сформулируйте понятие алгебраической кратности собственного числа. Опишите геометрический смысл этого понятия
37. Сформулируйте понятие геометрической кратности собственного числа. Опишите геометрический смысл данного понятия
38. Рассмотрите линейные операторы над полем комплексных чисел. Выявите сходства и отличия с вещественным случаем
39. Опишите жорданову нормальную форму линейного оператора над комплексным полем в случае простых корней
40. Опишите жорданову нормальную форму линейного оператора над комплексным полем в случае кратных корней
41. Опишите понятие образа линейного оператора. Проиллюстрируйте нахождение образа на примерах
42. Опишите понятие ядра линейного оператора. Проиллюстрируйте нахождение ядра на примерах
43. Докажите теорему о связи размерностей ядра и образа линейного оператора
44. Опишите алгоритм нахождения инвариантных подпространств относительно действия линейного оператора
45. Докажите инвариантность характеристического уравнения
46. Опишите геометрическую интерпретацию комплексных корней характеристического уравнения
47. Проиллюстрируйте разложение пространства в сумму инвариантных относительно действия линейного оператора
48. Продемонстрируйте алгоритм нахождения инвариантных геометрических объектов при линейном преобразовании и рассмотрите возможность изучения данного вопроса в школьном курсе
49. Опишите основные методы вычисления ранга матрицы
50. Опишите связь матрицы линейного оператора с его геометрическим описанием

8.6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена.

Экзамен по дисциплине или ее части имеет цель оценить сформированность компетенций, теоретическую подготовку студента, его способность к творческому мышлению, приобретенные им навыки самостоятельной работы, умение синтезировать полученные знания и применять их при решении практических задач.

При балльно-рейтинговом контроле знаний итоговая оценка выставляется с учетом набранной суммы баллов.

Устный ответ на экзамене

При определении уровня достижений студентов на экзамене необходимо обращать особое внимание на следующее:

- дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос;
- показана совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в свободном

оперировании понятиями, умении выделить существенные и несущественные его признаки, причинно-следственные связи;

- знание об объекте демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей;
- ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента;
- теоретические постулаты подтверждаются примерами из практики.

Тесты

При определении уровня достижений студентов с помощью тестового контроля необходимо обращать особое внимание на следующее:

- оценивается полностью правильный ответ;
- преподавателем должна быть определена максимальная оценка за тест, включающий определенное количество вопросов;
- преподавателем может быть определена максимальная оценка за один вопрос теста;
- по вопросам, предусматривающим множественный выбор правильных ответов, оценка определяется исходя из максимальной оценки за один вопрос теста.

Письменная контрольная работа

Виды контрольных работ: аудиторные, домашние, текущие, экзаменационные, письменные, графические, практические, фронтальные, индивидуальные.

Система заданий письменных контрольных работ должна:

- выявлять знания студентов по определенной дисциплине (разделу дисциплины);
- выявлять понимание сущности изучаемых предметов и явлений, их закономерностей;
- выявлять умение самостоятельно делать выводы и обобщения;
 - творчески использовать знания и навыки. Требования к контрольной работе по тематическому содержанию соответствуют устному ответу.

Также контрольные работы могут включать перечень практических заданий.

9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Кочетова, Ю. В. Алгебра. Конечномерные пространства. Линейные операторы [Электронный ресурс] : курс лекций / Ю. В. Кочетова, Е. Е. Ширшова. – М. : МПГУ; Прометей, 2013. – 80 с. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=275016&sr=1.
2. Литвин, Д. Б. Линейные системы и операторы. Квадратичные формы [Электронный ресурс] : учебное пособие / Д. Б. Литвин, О. Н. Таволжанская. - Ставрополь : Сервисшкола, 2015. - 72 с. - URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=438719>.
3. Магазинников, Л. И. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л. И. Магазинников, А.Л. Магазинникова. - Томск : Эль Контент, 2012. - 180 с. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=208684&sr=1.
4. Матвеева, Т. А. Математика [Электронный ресурс] : курс лекций / Т. А. Матвеева, Н. Г. Рыжкова, Л. В. Шевелева. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. - 217 с. - URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275826>.

Дополнительная литература

1. Кострикин, А.И. Введение в алгебру / А.И. Кострикин. – Москва : МЦНМО, 2009. – Ч. 3.
3. Основные структуры алгебры. – 272 с. – URL <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951>. – ISBN 978-5-94057-455-2. – Текст : электронный.

10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://edu.ru> - Федеральный портал «Российской образование».
2. <http://www.allmath.ru/mathan.htm> - Вся математика в одном месте. Это математически портал, на котором можно найти любой материал по математическим дисциплинам. Здесь представлены школьная, высшая, прикладная, олимпиадная математика.

3. <http://eqworld.ipmnet.ru/> - « Мир математических уравнений» – учебно-образовательная физико-математическая библиотека

11. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины (модуля)

При освоении материала дисциплины необходимо:

- спланировать и распределить время, необходимое для изучения дисциплины;
- конкретизировать для себя план изучения материала;
- ознакомиться с объемом и характером внеаудиторной самостоятельной работы для полноценного освоения каждой из тем дисциплины.

Сценарий изучения курса:

- проработайте каждую тему по предлагаемому ниже алгоритму действий;
- изучив весь материал, выполните итоговый тест, который продемонстрирует готовность к сдаче зачета.

Алгоритм работы над каждой темой:

- изучите содержание темы вначале по лекционному материалу, а затем по другим источникам;
- прочитайте дополнительную литературу из списка, предложенного преподавателем;
- выпишите в тетрадь основные категории и персоналии по теме, используя лекционный материал или словари, что поможет быстро повторить материал при подготовке к зачету;
- составьте краткий план ответа по каждому вопросу, выносимому на обсуждение на лабораторном занятии;
- выучите определения терминов, относящихся к теме;
- продумайте примеры и иллюстрации к ответу по изучаемой теме;
- подберите цитаты ученых, общественных деятелей, публицистов, уместные с точки зрения обсуждаемой проблемы;
- продумывайте высказывания по темам, предложенным к лабораторному занятию.

Рекомендации по работе с литературой:

- ознакомьтесь с аннотациями к рекомендованной литературе и определите основной метод изложения материала того или иного источника;
- составьте собственные аннотации к другим источникам на карточках, что поможет при подготовке рефератов, текстов речей, при подготовке к зачету;
- выберите те источники, которые наиболее подходят для изучения конкретной темы.

12. Перечень информационных технологий

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе используется программное обеспечение, позволяющее осуществлять поиск, хранение, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители, организацию взаимодействия в реальной и виртуальной образовательной среде.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины студентами фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

12.1 Перечень программного обеспечения

1. Microsoft Windows 7 Pro
2. Microsoft Office Professional Plus 2010
3. 1С: Университет ПРОФ

12.2 Перечень информационных справочных систем

1. Информационно-правовая система «ГАРАНТ» (<http://www.garant.ru>)
2. Справочная правовая система «КонсультантПлюс» (<http://www.consultant.ru>)

12.3 Перечень современных профессиональных баз данных

1. Единое окно доступа к образовательным ресурсам (<http://window.edu.ru>)
2. Профессиональная база данных «Открытые данные Министерства образования и науки РФ» (<http://xn----8sblcdzzacvuc0jbg.xn--80abucjiibhv9a.xn--p1ai/opendata/>)

13. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Для проведения аудиторных занятий необходим стандартный набор специализированной учебной мебели и учебного оборудования, а также мультимедийное оборудование для демонстрации презентаций на лекциях. Для проведения практических занятий, а также организации самостоятельной работы студентов необходим компьютерный класс с рабочими местами, обеспечивающими выход в Интернет.

При изучении дисциплины используется интерактивный комплекс Flipbox для проведения презентаций и видеоконференций, система iSpring в процессе проверки знаний по электронным тест-тренажерам.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины студентами фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе необходимо наличие программного обеспечения, позволяющего осуществлять поиск информации в сети Интернет, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители. занятия по дисциплине проводятся в следующих аудиториях

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Наборы демонстрационного оборудования: автоматизированное рабочее место в составе (системный блок, монитор, клавиатура, мышь, гарнитура, проектор, интерактивная доска), магнитно-маркерная доска.

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, курсового проектирования (выполнения курсовых работ).

Школьный кабинет математики.

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Наборы демонстрационного оборудования: автоматизированное рабочее место в составе (системный блок, монитор, клавиатура, мышь, гарнитура, проектор, интерактивная доска), магнитно-маркерная доска.

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Помещения для самостоятельной работы

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Наборы демонстрационного оборудования: автоматизированное рабочее место в составе (учебный методический комплекс трибуна, проектор, экран), маркерная доска, колонки SVEN.

Учебно-наглядные пособия: Презентации.

Помещение для самостоятельной работы.

Читальный зал.

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Компьютерная техника с возможностью подключения к сети .«Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета (компьютер 10 шт., проектор с экраном 1 шт., многофункциональное устройство 1 шт., принтер 1 шт.)

Учебно-наглядные пособия:

Учебники и учебно-методические пособия, периодические издания, справочная литература.

Стенды с тематическими выставками.